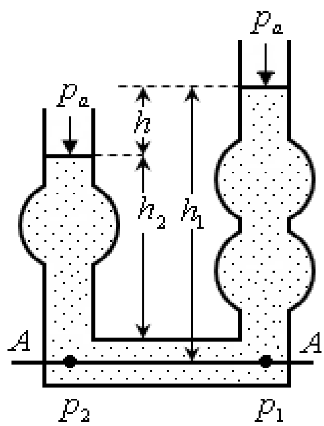
تطبيقات (*Applications*) المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية:

A. الأوعية المستطرقة (*Connected Vessels*):

هي مجموعة من الأوعية التي تتصل فيما بينها بطريق ما وقد تكون فتحة صغيرة. وينص مبدأ الأواني المستطرقة (*Principle of Communicating*) على أن السائل عند وضعه في وعاء من مجموعة أوعية مختلفة الأشكال ومتصلة فيما بينها فإنه يأخذ ارتفاعاً واحداً في جميع هذه الأوعية.

نفترض أن لدينا إناءً مؤلفاً من فرعين مفتوحين من الأعلى، يحتوي سائلاً متجانساً وزنه النوعي (γ)، وليكن ارتفاع السائل في الفرع الأيمن (h_1) وفي الأيسر (h_2) حيث يؤثر الضغط الجوي على سطح السائل (الارتفاعات اختيرت بالنسبة لمستو ثابت AA')–انظر الشكل (2.11)–.



الشكل (2.11)، مبدأ الأواني المستطرقة.

وبما أن السائل متجانس، واعتماداً على ماسبق فإن المستوي الأفقي AA' يشكل سطحاً ثابتاً للضغط وبالتالي يشترط حتى يكون السائل متوازناً أن يكون:

$$p_1 = p_2$$

$$p_a + \gamma \cdot h_1 = p_a + \gamma \cdot h_2$$

ومنه فإن:

$$\gamma \cdot h_1 = \gamma \cdot h_2$$

وبالتالي نحصل على شرط التوازن:

$$h_1 = h_2$$

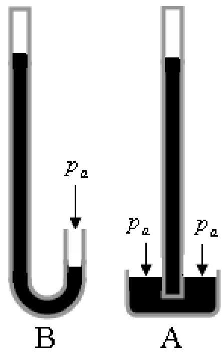
وهذا يعني أن سوية السطح الحر للسائل في فرعي الوعاء يجب أن تكون متساوية، وتبقى هذه النتيجة صحيحة في الأوعية المؤلفة من عدة فروع متصلة.

واعتماداً على هذا المبدأ ظهرت إحدى طرق قياس مستويات السوائل في الخزان وذلك بوصل أنبوبة شفافة بأسفل الخزان، تنتصب شاقولياً موازية للخزان حيث يرتفع السائل فيها بمقدار ارتفاعه داخل الخزان (يراعى عندما يكون الخزان مغلقاً ويحتوي على ضغط معين أعلى سطح السائل أن يوصل الطرف الآخر للأنبوبة – الطرف العلوي – إلى جسم الخزان من الأعلى.

B. مبدأ قياس الضغط:

يقاس الضغط عادة كفرق بين قيمته وقيمة ضغط قياسي معروف يختار عادة إما ضغط الفراغ التام (الصفر المطلق) أو الضغط الجوي الموضعي (p_a).

يقاس الضغط الجوي (البارومتري) بواسطة أنواع مختلفة من البارومترات (*Barometers*) التي تستخدم فيها السوائل أو المعادن لتحديد قراءة البارومتر، وفي الغالب يستخدم الزئبق في البارومترات السائلية. ويبين الشكل (2.12) بارومترين زئبقيين أحدهما فنجاني والأخر سيفوني.

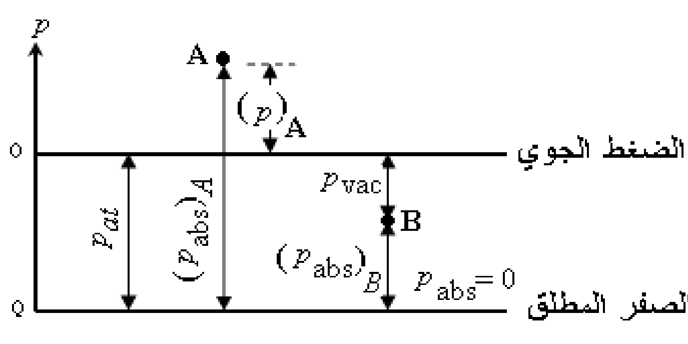


الشكل (2.12)، بارومترات زئبقية، A–فنجاني، B–سيفوني.

ومبدأ عمل هذين الجهازين بسيط للغاية حيث يؤثر الضغط الجوي (البارومتري) الذي يتغير مع الزمن على سطح الزئبق المعرض للهواء فيرفع أو يخفض عمود الزئبق في الأنبوبة الخالية (المفرغة) تماماً من الهواء في نهايتها العليا وعادة تزود الأنبوبة بتدريج لقياس مقدار الضغط وقد عرف الضغط الجوي التكنيكي $\left[1at = 1Kp/cm^2\right]$ والضغط الجوي الفيزيائي:

$$1atm = 760\,mm(Hg) = 76 \cdot 10^{-3} \cdot 13{,}596 = 1{,}0333\,Kp/cm^2$$

وعليه، فإذا قيس الضغط من الصفر المطلق سمي الضغط المطلق (*Absolute Pressure*) ويرمز له بـ (p_{abs}) أما إذا قيس الضغط في الجو الطبيعي كما يجري عادةً فيطلق على الفرق بين قيمة الضغط المعتبر (p_o) والضغط الجوي (*Atmospheric Pressure*)– p_a – بالضغط المانومتري (*Manometer Pressure*) أو ضغط القياس $(p)_A$.انظر الشكل (2.13).



الشكل (2.13).

$$(p)_A = p_o - p_a$$

حيث يمثل p_o في هذه الحالة الضغط المطلق للنقطة A.

فإذا كان $(p)_A > 0$ يسمى الضغط الزائد، ويكون:

$$(p)_A = p_o - p_a = p_u = \gamma \cdot h_u \qquad (2.33)$$

حيث يدعى $(h_u = p_u / \gamma)$ بارتفاع الضخ.

أما عندما يكون $(p)_A < 0$ فيسمى الضغط الناقص أو ضغط الفراغ ويكون:

$$(p)_A = -p_o - p_a = -p_N = \gamma \cdot h_u \qquad (2.34)$$

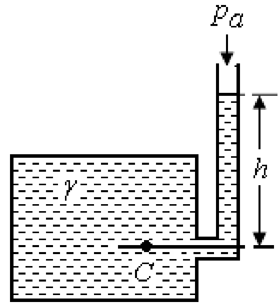
حيث يدعى $(h_N = -p_N / \gamma)$ بارتفاع السحب.

يلاحظ من تحليل المعادلات (2.33) و(2.34) أن كلاً من ارتفاع الضخ وارتفاع السحب يقدر بأمتار من ارتفاع السائل ذي الوزن النوعي (γ). والضغط المطلق كما يلاحظ من الشكل (2.13) عبارة عن مجموع الضغط الجوي وضغط المقياس.

$$(p_{\text{abs}})_A = p_a + (p)_A$$

وعلى هذا الأساس تستخدم في المخابر والصناعة أنواع متعددة من المانومترات وذلك بهدف قياس الضغط في نقطة من السائل، في حين تستخدم المانومترات التفاضلية بهدف قياس الفرق في الضغط بين نقطتين من السائل.

أما عندما يراد قياس الضغوط الصغيرة يمكن استخدام الأنبوب البيزومتري الذي يتألف من أنبوب زجاجي شاقولي مفتوح من الأعلى، يوصل في النقطة (C) التي يراد قياس الضغط عندها (الشكل (2.14)).



الشكل (2.14)، قياس الضغط بواسطة الأنبوب البيزومتري.

فإذا كان ارتفاع السائل في الأنبوب البيزومتري عن مستوي تساوي الضغوط المار من النقطة (C) هو (h) الذي.يمكن قياسه مباشرة باستخدام مسطرة مدرجة يكون:

$$p_c = p_a + \gamma \cdot h$$

$$p_{co} = \gamma \cdot h \qquad (2.35)$$

حيث إنَّ:

p_{co} : الضغط المقاس في النقطة (C).

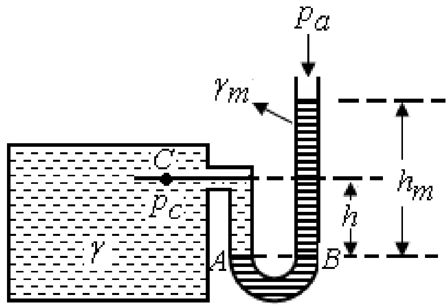
p_c : الضغط المطلق في النقطة (C).

عندما يكون الضغط في الخزان كبيراً (بفرض أن الضغط المقاس حوالي $2at$) فإذا كان سائل المقياس هو الماء ($\gamma = 10^3\ Kp/m^3$) فهذا يعني أنه سيكون ارتفاع الماء في الأنبوبة:

$$h = \frac{p_{co}}{\gamma} = \frac{2 \cdot 10^4 (Kp/m^2)}{10^3 (Kp/m^3)} = 20\,m$$

وهذا طبعاً غير عملي لذلك تستخدم من أجل الضغوط الكبيرة مانومترات سائلية بشكل حرف (u) تحتوي على سائل وزنه النوعي (γ_m) كبيراً يتم اختياره حسب قيمة الضغط المراد قياسه وغالباً مايكون الزئبق.

يربط أحد فرعي المقياس في النقطة (C) التي يراد قياس الضغط عندها ويبقى الفرع الآخر مفتوحاً ومعرضاً للضغط الجوي من الأعلى (الشكل (2.15)).



الشكل (2.15).

فإذا لاحظنا أن المستوي المار من النقطة (A) هو مستو ثابت للضغط فعندئذ يكون:

$$p_A = p_B$$

$$p_c + \gamma \cdot h = p_a + \gamma_m \cdot h_m$$

ومنه:

$$p_c = p_a + \gamma_m \cdot h_m - \gamma \cdot h$$

فعندما تكون (γ) صغيرة جداً بالمقارنة مع (γ_m) فإنه يمكن إهمال الحد ($\gamma \cdot h$) وعندئذ تأخذ المعادلة السابقة الشكل التالي:

$$p_c = p_a + \gamma_m \cdot h_m \qquad (2.36)$$

نستعرض أخيراً مقاييس الضغط التفاضلية (*Differential Pressure*) - الشكل (2.16)- التي تستخدم لقياس فرق الضغط بين نقطتين ويتألف من أنبوب على شكل حرف (u) يحتوي على سائل كثافته عالية (غالباً مايكون الزئبق) ومن الأعلى يوضع الماء كسائل غير قابل للانضغاط ويوصل هذا المانومتر التفاضلي إلى نقطتين على الأنبوبة (مثلاً) ويعطي مباشرة فرق الضغط المقاس بحسب العلاقة التالية:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = h_m \cdot (\gamma_m - \gamma) \qquad (2.37)$$

تطبق هذه العلاقة في حالة توضع الأنبوبة بشكل أفقي، ولكن في حال ميل الأنبوبة يجب الأخذ بعين الاعتبار فرق المستوي الجيوديزي بين نقطتي القياس:

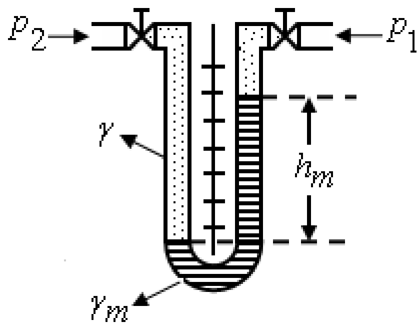
$$\Delta p = p_2 - p_1 = h_m \cdot (\gamma_m - \gamma) + \gamma \cdot \Delta z$$

حيث إنَّ:

$$\Delta z = z_1 - z_2$$

z_1 : الارتفاع الجيوديزي لنقطة قياس الضغط (p_1) بالنسبة لمستو معين.

z_2 : الارتفاع الجيوديزي لنقطة قياس الضغط (p_2) بالنسبة لنفس المستوي.



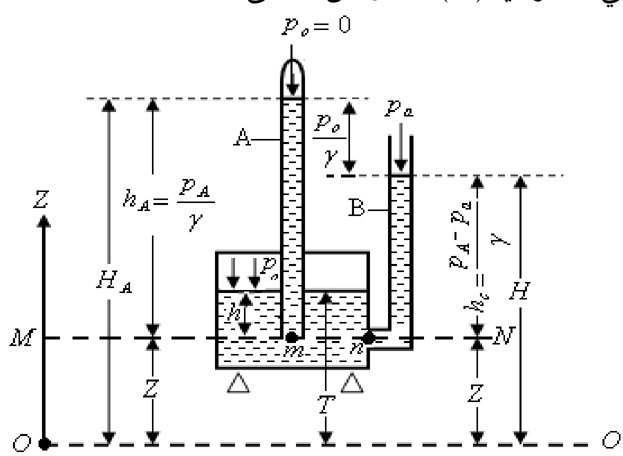
الشكل (2.16)، مقياس الضغط التفاضلي.

2.7.1- الضغط الزائد وارتفاع الضغط البيزومتري:

نميز نوعين من الارتفاعات البيزومترية للضغط:

1. الارتفاع البيزومتري للضغط المطلق:

يمكن التعبير عن الضغط المطلق (p_A) في نقطة ما بواسطة ارتفاع معين من السائل، ومن أجل ذلك نبين كما في الشكل (2.17) وعاء مغلقاً غير ممتلئ تماماً بالسائل. نعين النقطة (m) داخل السائل بحيث تقع عند مستوي الطرف السفلي للأنبوب الزجاجي العمودي (A) المغلق من الأعلى.



الشكل (2.17).

h_A: الارتفاع البيزومتري المطلق، h_c : الارتفاع البيزومتري الزائد.

H_A : الارتفاع الكموني المطلق، H : الارتفاع الكموني الزائد.

سنفرض أن هذا الأنبوب يخضع لتخلخل كامل. عند ذلك وتحت تأثير الضغط (p_A) عند النقطة (m) سيرتفع السائل داخل الأنبوبة إلى ارتفاع معين (h_A) فوق النقطة (m).

في الحقيقة أن الفراغ فوق مستوي السائل في الأنبوبة (A) يجب أن يكون ممتلئاً ببخار السائل المشبع، فلو فرضنا أن السائل في الوعاء والأنبوبة هو الماء فعند درجة حرارة قريبة من الصفر سيبلغ ضغط الإشباع.

$$0{,}6\,Kpa = 0{,}6KN/m^2 = 0{,}006\,Kg_f/cm^2$$

وهذا مايمكن إهماله واعتبار أن الضغط على سطح السائل في الأنبوبة مساوياً الصفر.
بشكل عام وبمساعدة معطيات النقطة (m) يمكن كتابة المعادلات التالية:

- الضغط المطلق الهيدروستاتيكي عند النقطة (m) من جهة سطح السائل في الوعاء:

$$p_o + \gamma \cdot h = p_A \qquad (2.38)$$

- الضغط الهيدروستاتيكي عند النقطة (m) من جهة السائل في الأنبوب:

$$0 + \gamma \cdot h_A$$

أو بشكل أخر:

$$p_A = \gamma \cdot h_A \qquad (2.39)$$

وبالتالي لتعيين (p_A) يكفي معرفة (h_A) التي تدعى الارتفاع البيزومتري المعبر عن الضغط المطلق في النقطة المدروسة أو ببساطة الارتفاع البيزومتري المطلق وأحياناً يطلق على (h_A) تسمية الارتفاع المحول:

$$h_A = \frac{p_A}{\gamma} \qquad (2.40)$$

يفيد تحليل المعادلة السابقة أن (h_A) يمثل ارتفاع عمود من السائل المتواجد في الوعاء بحيث يكون وزن هذا العمود كاف لتشكيل ضغط مساو للضغط المطلق في النقطة المدروسة، أما واحدة (h_A) فهي واحدة طول وهذا يعني أنه بالإمكان التعبير عن الضغط المطلق أو أي ضغط آخر بواحدات الطول (ارتفاع عمود السائل).

وهكذا يمكن التعبير عن الضغط الهيدروستاتيكي في نقطة ما بطريقتين:

I. بواحدات قوة/سطح مثال: $\frac{Kg_f}{cm^2}$ ، $\frac{Kpa}{m^2}$ ، $\frac{KN}{m^2}$.

II. بواحدات الطول (مقدار ارتفاع السائل في الأنبوب).

ولقد لوحظ مؤخراً استعمال الضغط الجوي التكنيكي (at) لقياس الضغط، ويؤخذ على أنه يساوي ارتفاع عمود من الماء مقداره عشرة أمتار.

2. الارتفاع البيزومتري للضغط الزائد في نقطة:

لندرس النقطة (n) على الشكل (2.17) التي تقع على مستوي النقطة (m) حيث تتصل بأنبوبة (B) زجاجية مفتوحة من الأعلى. وبفضل الضغط (p_A) عند النقطة (n) فإن مستوي السائل سيرتفع في الأنبوبة إلى ارتفاع ملائم (h_c) أقل من (h_A) بسبب التأثير المعاكس للضغط الجوي على سطح السائل الحر في الأنبوبة وبالتالي يمكن كتابة المعادلات التالية:

- من جهة سائل الوعاء يؤثر على النقطة (n) الضغط ومقداره:

$$p_A = p_o + \gamma \cdot h$$

- من جهة السائل في الأنبوبة يؤثر على النقطة (n) الضغط:

$$p_a + \gamma \cdot h_c$$

وبما أن الضغط من الطرفين على النقطة (n) يجب أن يكون متساوياً نحصل على المعادلة التالية:

$$p_A = p_a + \gamma \cdot h_c$$

ومنه:

$$h_c = \frac{p_A - p_a}{\gamma} = \frac{p}{\gamma} \qquad (2.41)$$

حيث إنَّ:

p : الضغط الزئد في النقطة (n).

h_c : الارتفاع البيزومتري الذي يعبر عن الضغط الزائد في النقطة (n)، أو ارتفاع الضغط الزائد أو ارتفاع الضخ.

كما يلاحظ فإن ارتفاع الضخ (h_c) بخلاف (h_A) يعبر عن فرق الضغط $(p_A - p_a)$. وتدعى الأنابيب المستخدمة لقياس ارتفاع السائل بالأنابيب البيزومترية أو أنابيب قياس الضغط.

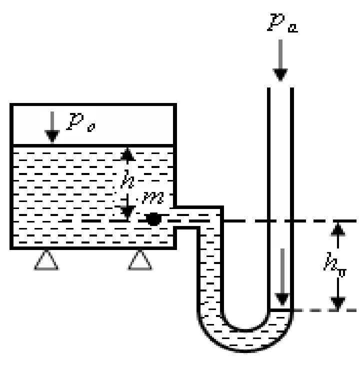
أخيراً نشير أنه من السهل جداً التأكد من الحالتين التاليتين:

1. أن اختلاف السائل في الأنبوبتين (A) و(B) دائماً يساوي القيمة $(\frac{p_a}{\gamma})$.
2. عندما يكون الوعاء مفتوحاً أي عندما $(p_o = p_a)$ فإن $(h_c = h)$، حيث (h) هو عمق النقطة المدروسة عن سطح الحر للسائل.

2.7.2- الضغط الناقص وارتفاع السحب:

في الفقرة السابقة تم استعراض الحالة التي يكون فيها الضغط المطلق في النقطة المدروسة أكبر من الضغط الجوي، ولندرس الآن الحالة التي يكون فيها $p_A < p_a$.

نفترض أن النقطة (m) الشكل (2.18) تخضع لمثل هذه الشروط، فعند ذلك يمكن قياس الضغط عند تلك النقطة بواسطة البيزومتر العكسي أو الفاكومتر وهو عبارة عن أنبوبة معقوفة كما هو موضح في الشكل.



الشكل (2.18)، ضغط التخلخل.

عند وصل الأنبوبة سوف ينخفض مستوى السائل في الأنبوبة عن مستوي النقطة (m) بمقدار (h_v) وبالتالي يمكن التوصل إلى أن:

- الضغط في النقطة (m) من جهة السائل في الوعاء يساوي:

$$p_A = p_o + \gamma \cdot h$$

- الضغط في النقطة (m) من جهة السائل في الأنبوب يساوي:

$$p_A = p_a + \gamma \cdot h_v$$

ومنه:

$$h_v = \frac{p_a - p_A}{\gamma} = -\frac{p}{\gamma} \qquad (2.42)$$

حيث h_v: ارتفاع ضخ التخلخل (ضغط الفراغ) أو ارتفاع السحب. وكما هو ملاحظ فإن (h_v) تصف الفرق بين الضغط الجوي والضغط المطلق في النقطة (m). وهذا الفرق (وليس الضغط نفسه) يدعى بالتخلخل أو الضغط السالب.

إن ضغط التخلخل في نقطة من السائل هو ذلك الضغط اللازم ليكتمل الضغط في تلك النقطة إلى الضغط الجوي. وكما في ارتفاع الضخ الموجب كذلك في ارتفاع الضخ السالب (فاكوم) فإنه من الممكن التعبير عن التخلخل بواسطة واحدات الضغط أو بواحدات الطول، فلو كان ضخ التخلخل في نقطة مثلاً (4) أمتار من الماء فهذا يعني أن الضغط المطلق في تلك النقطة سيكون (6) أمتار من الماء.